

## Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

17 марта 2026 года

Вариант МА2510409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

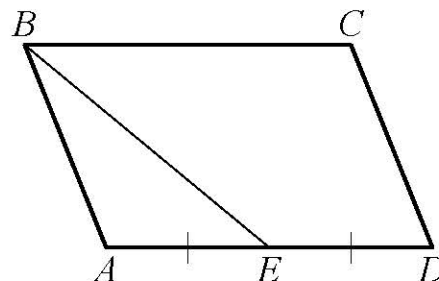
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

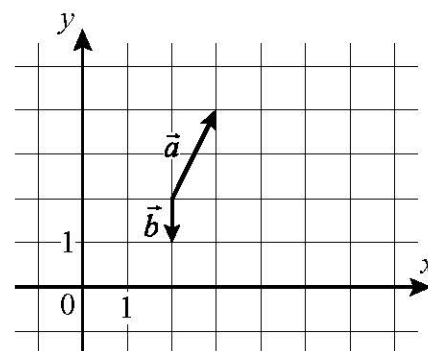
*Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 63. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $BCDE$ .



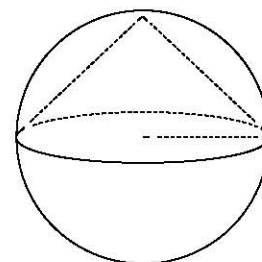
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $15\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 13. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40 % этих стёкол, вторая — 60 %. Первая фабрика выпускает 5 % бракованных стёкол, а вторая — 3 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

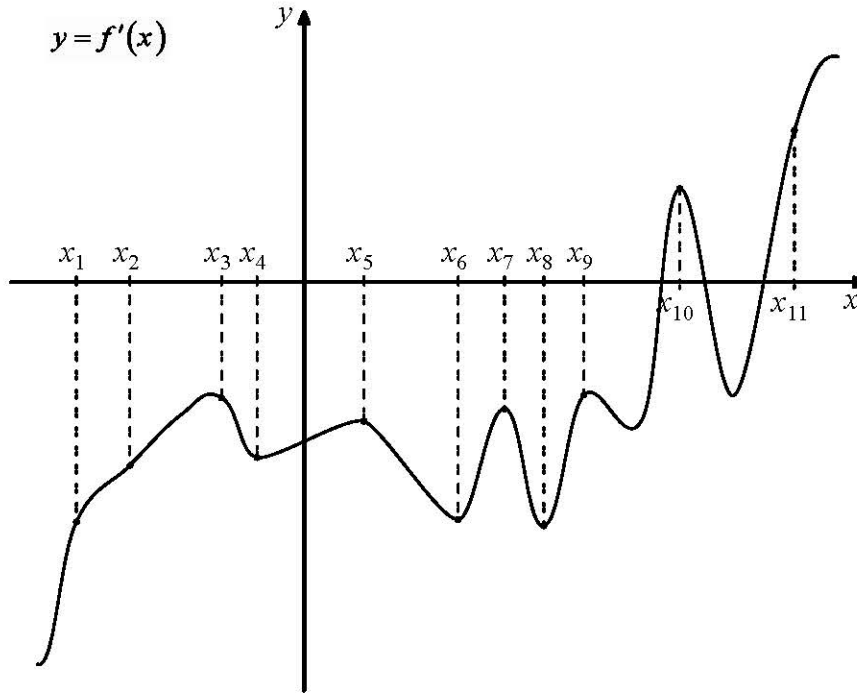
6 Найдите корень уравнения  $\log_2(8 + 5x) = \log_2(3 + x) + 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $3^{0,32} \cdot 27^{0,56}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено одиннадцать точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

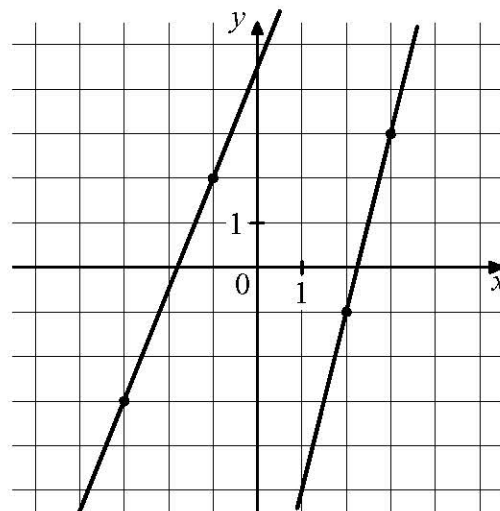
- 9** Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_{\text{п}} = 15^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,4$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  метров, вода охлаждается от начальной температуры  $T_{\text{в}} = 40^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 42 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,6$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 64 метра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Турист идёт из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошёл 11 километров. Определите, сколько километров прошёл турист за шестой день, если весь путь он прошёл за 10 дней, а расстояние между городами составляет 245 километров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики функций вида  $f(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точке  $A$ . Найдите ординату точки  $A$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку минимума функции  $y = (x - 4)^2 e^{x-9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13

а) Решите уравнение  $2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\sin x = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-6\pi; -5\pi]$ .

14

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$  и  $B$ , а на окружности другого основания — точки  $B_1$  и  $C_1$ , причём  $BB_1$  — образующая цилиндра, а отрезок  $AC_1$  пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол  $ABC_1$  прямой.

б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если  $AB = 24$ ,  $BB_1 = 11$ ,  $B_1C_1 = 32$ .

15

Решите неравенство  $\sqrt{(x-5)^2 - x^2} + \sqrt{x+5} \geq \sqrt{4x+20}$ .

16

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 590,4 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

**17** В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

а) Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .

б) Найдите длину отрезка  $EL$ , если  $AC = 10$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{5}$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 + 7x - 17a = |17x + 7a|$$

имеет больше двух различных корней.

**19** Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{3}{13}$  от общего числа учащихся группы, посетивших

театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{3}{8}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

## Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

17 марта 2026 года

Вариант МА2510410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

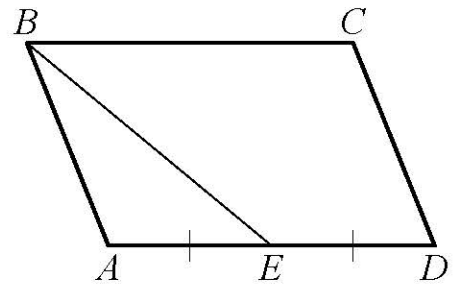
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

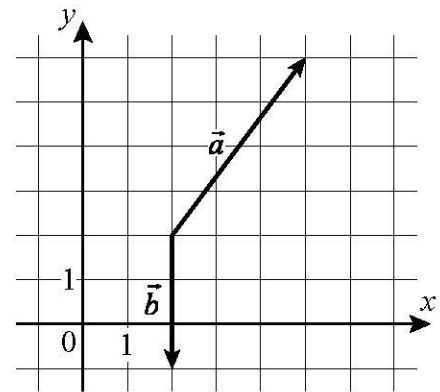
**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1 Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 142. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $BCDE$ .



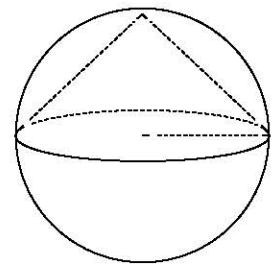
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $97\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 12. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40 % этих стёкол, вторая — 60 %. Первая фабрика выпускает 2 % бракованных стёкол, а вторая — 4 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

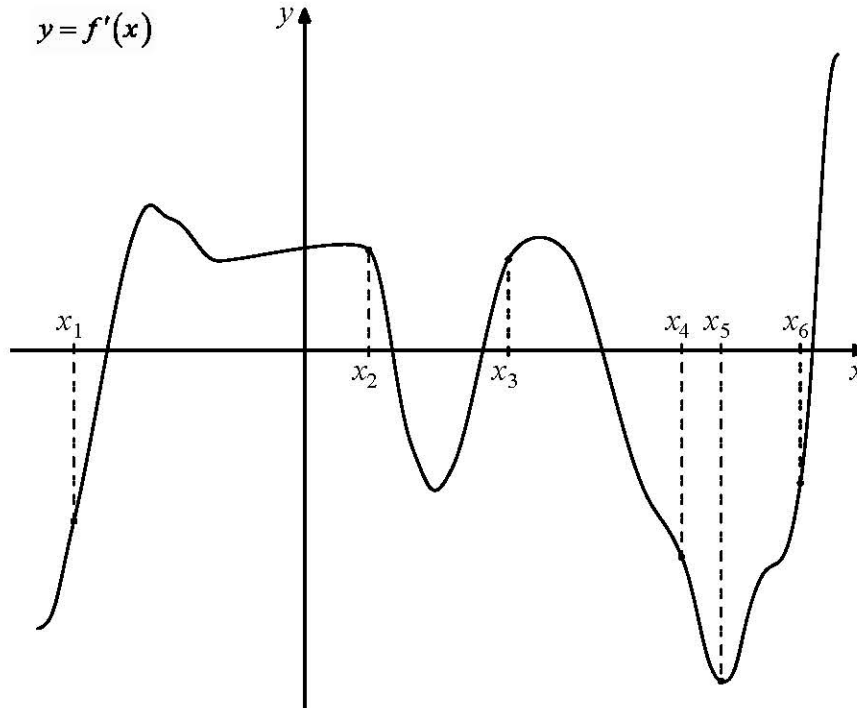
6 Найдите корень уравнения  $\log_5(6 + 7x) = \log_5(4 + x) + 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $4^{0,92} \cdot 8^{0,72}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено шесть точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

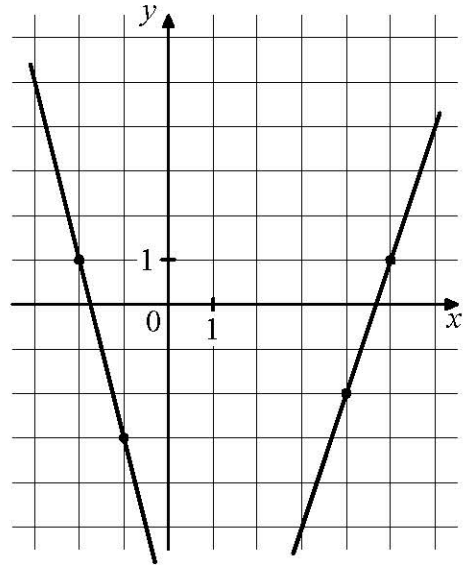
- 9 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_{\text{п}} = 25^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,6$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  метров, вода охлаждается от начальной температуры  $T_{\text{в}} = 49^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 0,9$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 81 метр.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Турист идёт из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошёл 12 километров. Определите, сколько километров прошёл турист за четвёртый день, если весь путь он прошёл за 10 дней, а расстояние между городами составляет 255 километров.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики функций вида  $f(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точке  $A$ . Найдите ординату точки  $A$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку минимума функции  $y = (x + 8)^2 e^{x - 34}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sin x = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-5\pi; -4\pi]$ .

14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$  и  $B$ , а на окружности другого основания — точки  $B_1$  и  $C_1$ , причём  $BB_1$  — образующая цилиндра, а отрезок  $AC_1$  пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол  $ABC_1$  прямой.

б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если  $AB = 21$ ,  $BB_1 = 13$ ,  $B_1C_1 = 28$ .

15 Решите неравенство  $\sqrt{(x-4)^2 - x^2} + \sqrt{x+4} \geq \sqrt{4x+16}$ .

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 700 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 549,6 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

**17** В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

а) Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .

б) Найдите длину отрезка  $EL$ , если  $AC = 24$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{4}$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - 2x + 14a = |14x + 2a|$$

имеет больше двух различных корней.

**19** Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{5}{17}$  от общего числа учащихся группы, посетивших

театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{1}{3}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 11 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 24 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 24 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

## Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

17 марта 2026 года

Вариант МА2510411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

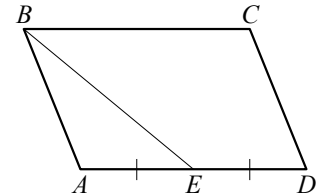
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

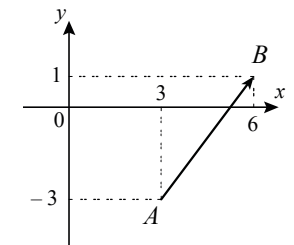
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 115. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь треугольника  $ABE$ .



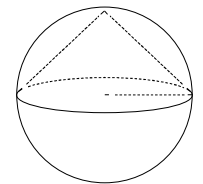
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На координатной плоскости изображён вектор  $\overrightarrow{AB}$ . Найдите скалярное произведение  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен  $16\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет оба раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 35 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 15 % яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 30 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: \_\_\_\_\_.

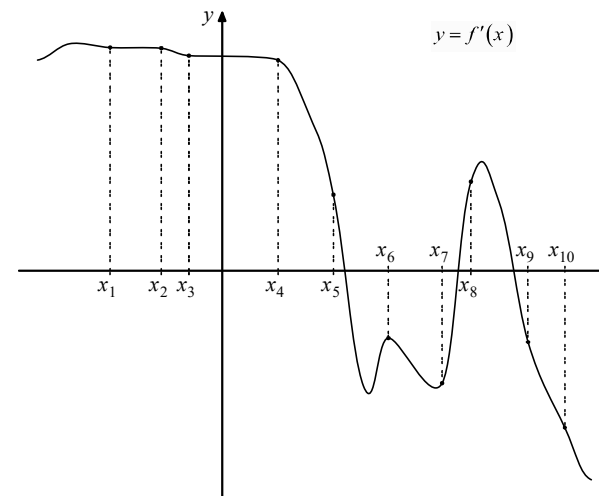
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_2(2-x) = \log_2(2-3x) + 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $4^{\frac{8}{9}} \cdot 16^{\frac{1}{18}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено десять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

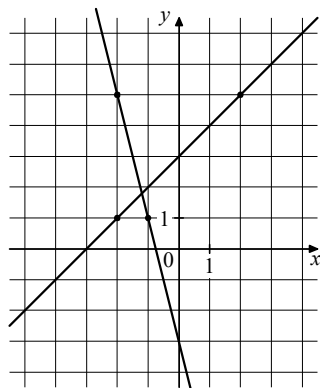
- 9 Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 2$  моля воздуха объёмом  $V_1 = 4$  л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ , где  $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная, а  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какой объём  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10 350 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Грузовик перевозит партию щебня массой 187 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за четырнадцатый день, если вся работа была выполнена за 17 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = (x + 4)^2 e^{8-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \sin x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos x$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -\frac{7\pi}{2}\right]$ .
- 14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$  и  $B$ , а на окружности другого основания — точки  $B_1$  и  $C_1$ , причём  $BB_1$  — образующая цилиндра, а отрезок  $AC_1$  пересекает ось цилиндра.  
 а) Докажите, что угол  $ABC_1$  прямой.  
 б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если  $AB = 15$ ,  $BB_1 = 14$ ,  $B_1C_1 = 20$ .
- 15 Решите неравенство  $\sqrt{(x-3)^2 - x^2} + \sqrt{x+3} \geq \sqrt{4x+12}$ .
- 16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:  
 — каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;  
 — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;  
 — платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;  
 — к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.  
 Известно, что платёж в 2029 году составит 602,8 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

17 В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

а) Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .

б) Найдите длину отрезка  $EL$ , если  $AC = 12$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{3}$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 + 7x - 23a = |23x + 7a|$$

имеет больше двух различных корней.

19 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{3}{8}$  от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{7}{17}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 13 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 24 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 24 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

## Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

17 марта 2026 года

Вариант МА2510412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

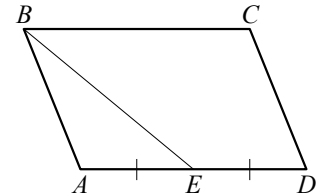
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

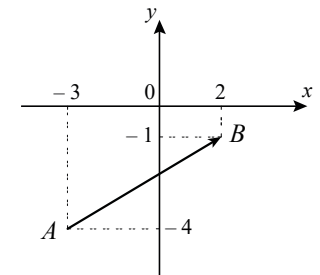
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 153. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь треугольника  $ABE$ .



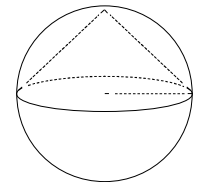
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На координатной плоскости изображён вектор  $\overrightarrow{AB}$ . Найдите скалярное произведение  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен  $84\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 90 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 10 % яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 50 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: \_\_\_\_\_.

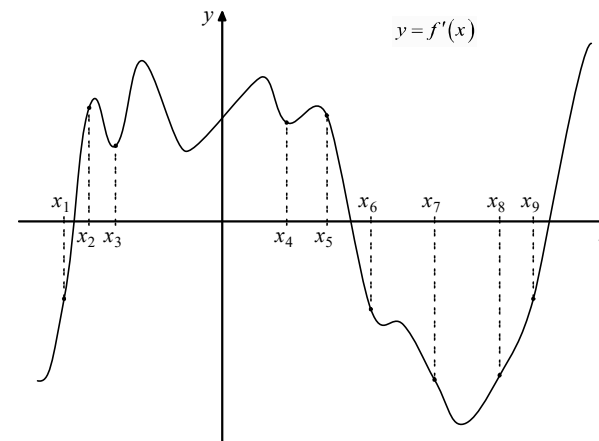
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_2(4+x) = \log_2(2-x) + 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $7^{\frac{1}{2}} \cdot 49^{\frac{1}{4}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

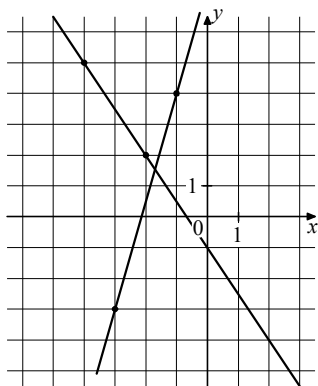
- 9 Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 4$  моля воздуха объёмом  $V_1 = 22$  л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ , где  $\alpha = 9,1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная, а  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какой объём  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 21 840 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Грузовик перевозит партию щебня массой 306 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за тринадцатый день, если вся работа была выполнена за 17 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = (x + 17)^2 e^{30 - x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \sin x = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos x$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .
- 14 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$  и  $B$ , а на окружности другого основания — точки  $B_1$  и  $C_1$ , причём  $BB_1$  — образующая цилиндра, а отрезок  $AC_1$  пересекает ось цилиндра.  
 а) Докажите, что угол  $ABC_1$  прямой.  
 б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если  $AB = 12$ ,  $BB_1 = 17$ ,  $B_1C_1 = 16$ .
- 15 Решите неравенство  $\sqrt{(x-2)^2 - x^2} + \sqrt{x+2} \geq \sqrt{4x+8}$ .
- 16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 700 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:  
 — каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;  
 — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;  
 — платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;  
 — к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.  
 Известно, что платёж в 2029 году составит 238,7 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей после полного погашения кредита.

17 В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

а) Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .

б) Найдите длину отрезка  $EL$ , если  $AC = 16$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{2}$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - x + 7a = |7x + a|$$

имеет больше двух различных корней.

19 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{1}{3}$  от общего числа учащихся группы, посетивших

театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{9}{19}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 14 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 25 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 25 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?