

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

10 февраля 2026 года

Вариант МА2510309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

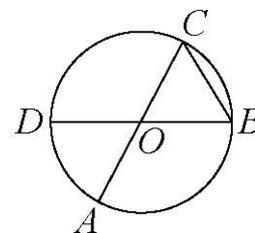
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 53° . Найдите величину угла AOD . Ответ дайте в градусах.

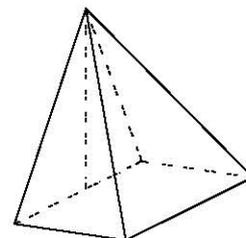


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(16;17)$, $\vec{b}(13;-10)$ и $\vec{c}(-11;2)$. Найдите значение выражения $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3 Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 15. Найдите объём этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^\circ\text{C}$, равна 0,93. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется равной $36,8^\circ\text{C}$ или выше.

Ответ: _____.

5 В коробке 7 синих, 9 красных и 9 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: _____.

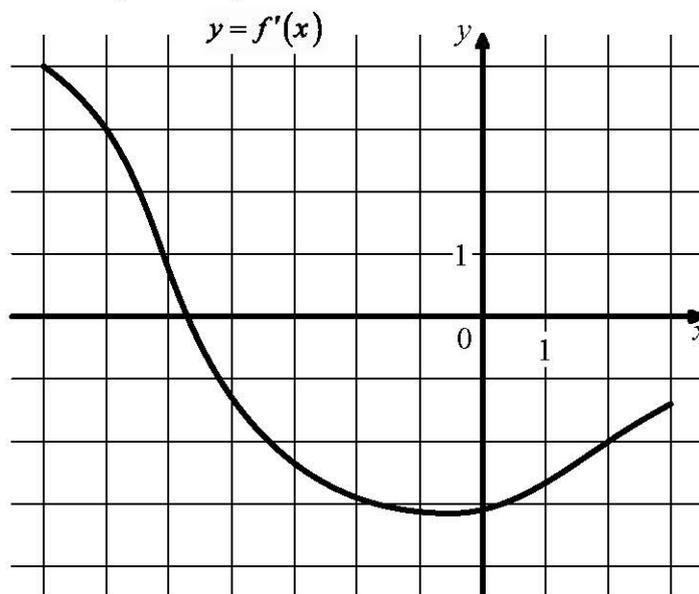
6 Найдите корень уравнения $\log_8(9+x) = \log_8 4$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\left(\frac{5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{5}}\right)^2$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x + 1$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

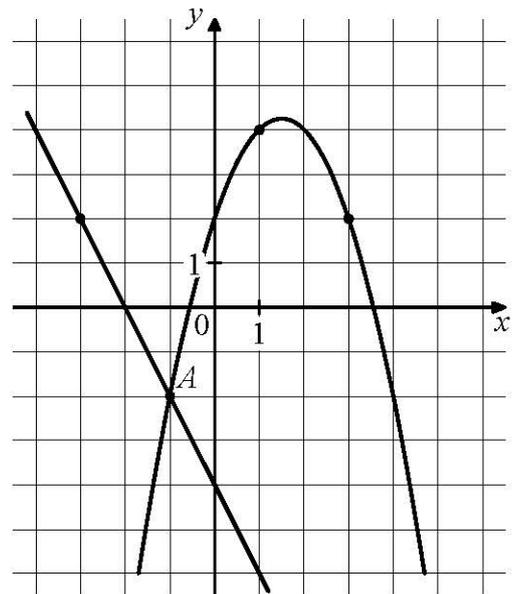
- 9 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 2 м/с.

Ответ: _____.

- 10 Имеется два сплава. Первый содержит 5 % никеля, второй — 20 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 15 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -2x - 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = 12 + 18x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[7; 19]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \sqrt{12} \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{15\pi}{4}; \frac{21\pi}{4}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна $2\sqrt{23}$, а боковое ребро SA равно 12. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK:KB = SM:MC = 1:5$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_2(4x)}{1 - \log_2^2(2x)} - \frac{1}{\log_2\left(\frac{x}{4}\right)} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на шесть лет в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;

— в июле 2031 и 2032 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2032 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1470 тыс. рублей. Найдите r .

17 Окружность, вписанная в квадрат $ABCD$, касается его стороны AB в точке K , а стороны AD в точке E . Отрезки CK и CE пересекают окружность в точках M и P соответственно.

- а) Докажите, что прямые EK и MP параллельны.
б) Найдите ME , если сторона квадрата равна 10.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left((x+1)^2 + (y+4)^2 \right) \left((x-3)^2 + (y-2)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a+1)^2 + (y-2a+2)^2 \leq 4(a-1)^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Шесть критиков оценивали спектакль. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все критики выставили различные оценки. Старый рейтинг спектакля — это среднее арифметическое всех оценок критиков. Новый рейтинг спектакля вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

- а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{18}$?
б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{12}$?
в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

10 февраля 2026 года

Вариант МА2510310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

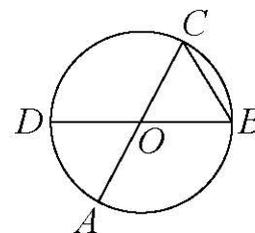
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 67° . Найдите величину угла AOD . Ответ дайте в градусах.

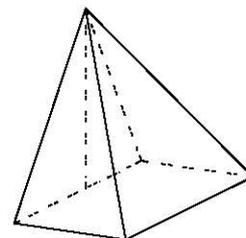


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(5; 7)$, $\vec{b}(2; -9)$ и $\vec{c}(-6; 2)$. Найдите значение выражения $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3 Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 12. Найдите объём этой пирамиды.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^\circ\text{C}$, равна 0,76. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется равной $36,8^\circ\text{C}$ или выше.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 9 синих, 4 красных и 12 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: _____.

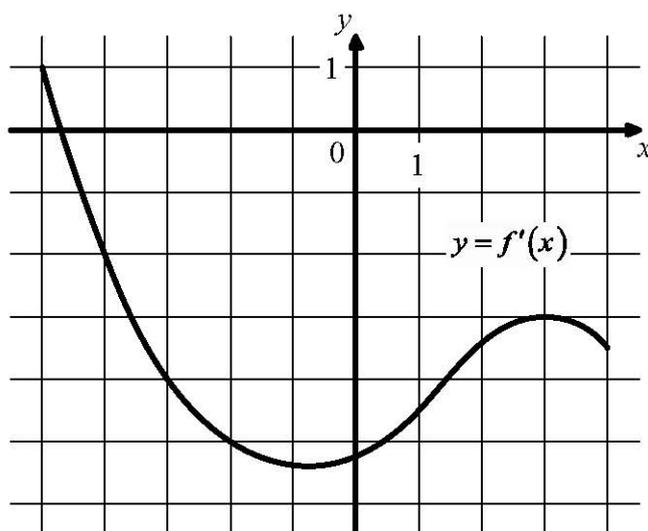
- 6 Найдите корень уравнения $\log_9(3+x) = \log_9 11$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\left(\frac{4^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{4}}\right)^2$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 6 - 2x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

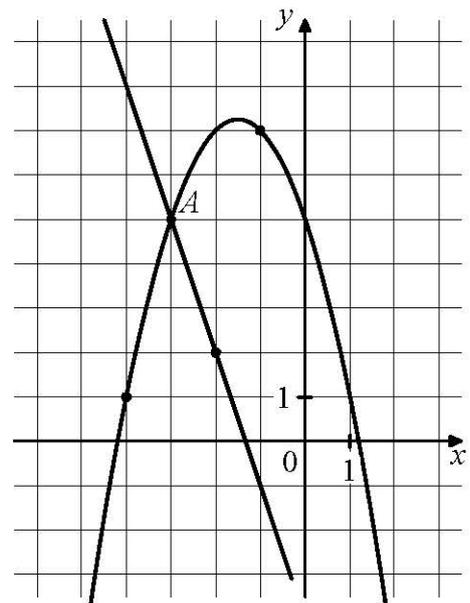
- 9 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 124 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 12 м/с.

Ответ: _____.

- 10 Имеется два сплава. Первый содержит 10 % никеля, второй — 35 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 100 кг, содержащий 25 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -3x - 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = 3 + 3x - x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 8]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + \sqrt{12} \sin^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{13\pi}{4}; \frac{19\pi}{4}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна $4\sqrt{13}$, а боковое ребро SA равно 14. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK:KB = SM:MC = 2:5$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_3(9x)}{1 - \log_3^2(3x)} - \frac{1}{\log_3 x} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на шесть лет в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг должен составить 400 тыс. рублей;

— в июле 2031 и 2032 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2032 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1245 тыс. рублей. Найдите r .

17 Окружность, вписанная в квадрат $ABCD$, касается его стороны AB в точке K , а стороны AD в точке E . Отрезки CK и CE пересекают окружность в точках M и P соответственно.

- а) Докажите, что прямые EK и MP параллельны.
 б) Найдите ME , если сторона квадрата равна 30.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left((x-1)^2 + (y-4)^2 \right) \left((x+3)^2 + (y+2)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a-2)^2 + (y-2a-4)^2 \leq 4(a+2)^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Восемь критиков оценивали спектакль. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Все критики выставили различные оценки. Старый рейтинг спектакля — это среднее арифметическое всех оценок критиков. Новый рейтинг спектакля вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое шести оставшихся оценок.

- а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{20}$?
 б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{24}$?
 в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

10 февраля 2026 года

Вариант МА2510311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

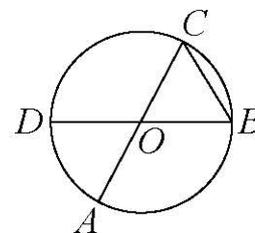
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол AOD равен 66° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.

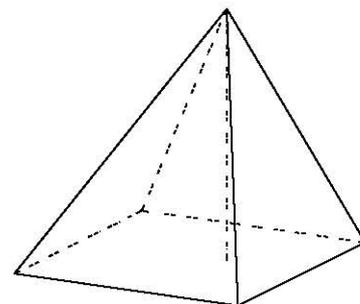


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(11; -8)$, $\vec{b}(-7; 9)$ и $\vec{c}(-5; 9)$. Найдите значение выражения $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3 Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 7 и 6, а её высота равна 3. Найдите объём пирамиды.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся $У$. верно решит больше 7 задач, равна 0,75. Вероятность того, что $У$. верно решит больше 6 задач, равна 0,83. Найдите вероятность того, что $У$. верно решит ровно 7 задач.

Ответ: _____.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30 % этих стёкол, вторая — 70 %. Первая фабрика выпускает 1 % бракованных стёкол, а вторая — 2 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

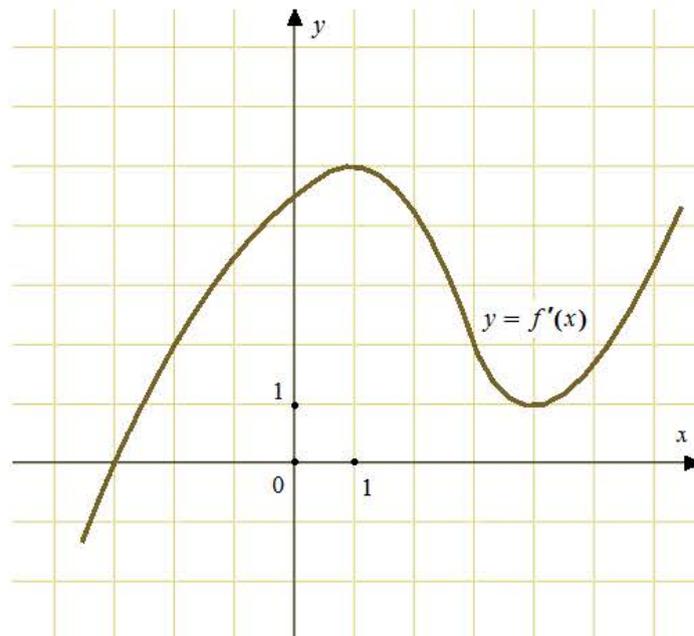
6 Найдите корень уравнения $\log_2(4 - 5x) = 3\log_2 3$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{\left(7^{\frac{4}{7}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{14^{12}}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

9 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 170$ Гц и определяется следующим выражением:

$$f = f_0 \frac{c+u}{c-v} \text{ (Гц)}, \text{ где } c \text{ — скорость распространения сигнала в среде (в м/с),}$$

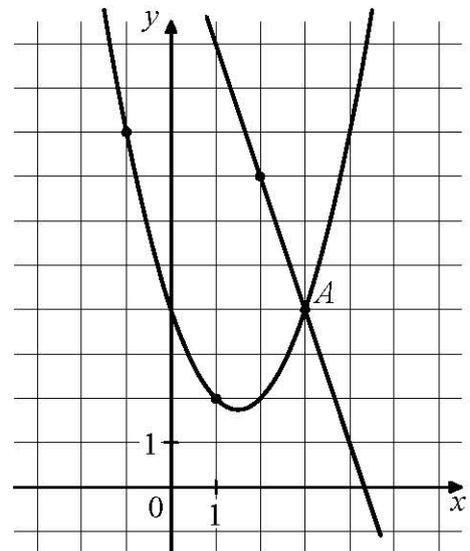
а $u = 2$ м/с и $v = 17$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 180 Гц?

Ответ: _____.

10 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 11 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 2 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -3x + 13$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{1}{3}x\sqrt{x} + 11x + 14$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + \sqrt{12} \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{11\pi}{4}; \frac{17\pi}{4}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна $4\sqrt{11}$, а боковое ребро SA равно 12. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK:KB = SM:MC = 1:5$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_2(4x)}{1 - \log_2^2(2x)} - \frac{1}{\log_2 x} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на шесть лет в размере 700 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг должен составить 100 тыс. рублей;

— в июле 2031 и 2032 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2032 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1212,5 тыс. рублей. Найдите r .

17 Окружность, вписанная в квадрат $ABCD$, касается его стороны AB в точке K , а стороны AD в точке E . Отрезки CK и CE пересекают окружность в точках M и P соответственно.

- а) Докажите, что прямые EK и MP параллельны.
б) Найдите ME , если сторона квадрата равна 40.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left((x-1)^2 + (y-4)^2 \right) \left((x-3)^2 + (y-2)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a-1)^2 + (y-2a-2)^2 \leq 4(a+1)^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Шесть критиков оценивали спектакль. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все критики выставили различные оценки. Старый рейтинг спектакля — это среднее арифметическое всех оценок критиков. Новый рейтинг спектакля вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

- а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{18}$?
б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{12}$?
в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

10 февраля 2026 года

Вариант МА2510312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

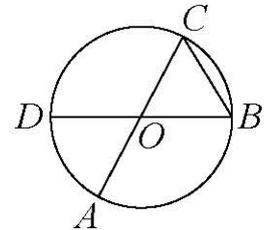
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол AOD равен 74° . Найдите величину угла ACB .
Ответ дайте в градусах.

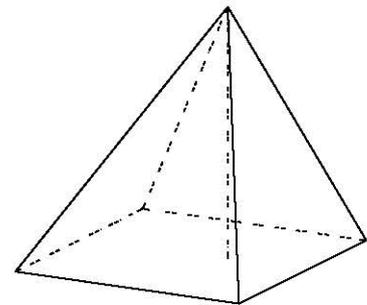


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(-3; 8)$, $\vec{b}(14; -5)$ и $\vec{c}(-2; 6)$. Найдите значение выражения $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3 Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 8 и 9, а её высота равна 7. Найдите объём пирамиды.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что на тестировании по физике учащийся Т. верно решит больше 9 задач, равна 0,66. Вероятность того, что Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: _____.

- 5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30 % этих стёкол, вторая — 70 %. Первая фабрика выпускает 4 % бракованных стёкол, а вторая — 1 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____.

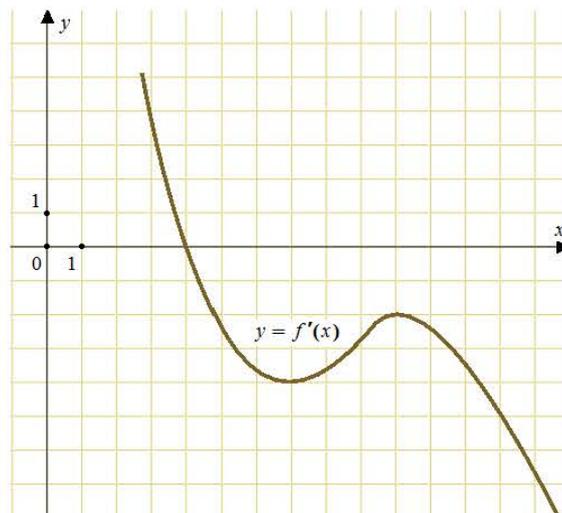
- 6 Найдите корень уравнения $\log_3(7-x) = 3\log_3 5$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{\left(11^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{55^9}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

9 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 120$ Гц и определяется следующим выражением:

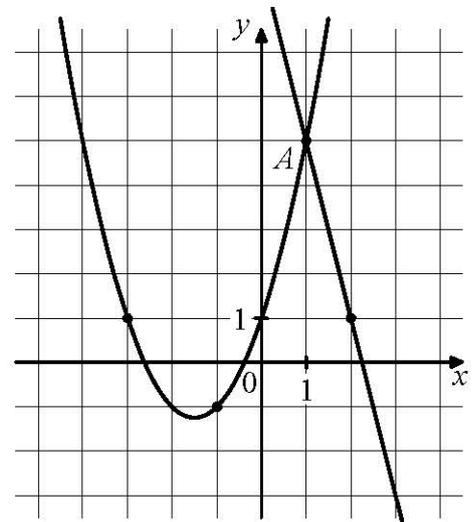
$f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 17$ м/с и $v = 12$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 130 Гц?

Ответ: _____.

10 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -4x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 5x + 14$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \sqrt{12} \sin^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна $8\sqrt{6}$, а боковое ребро SA равно 14. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 2 : 5$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_3(9x)}{1 - \log_3^2(3x)} - \frac{1}{\log_3\left(\frac{x}{9}\right)} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на шесть лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;

— в июле 2031 и 2032 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2032 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1190 тыс. рублей. Найдите r .

17 Окружность, вписанная в квадрат $ABCD$, касается его стороны AB в точке K , а стороны AD в точке E . Отрезки CK и CE пересекают окружность в точках M и P соответственно.

- а) Докажите, что прямые EK и MP параллельны.
 б) Найдите ME , если сторона квадрата равна 20.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left((x+1)^2 + (y+4)^2 \right) \left((x+3)^2 + (y+2)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a+2)^2 + (y-2a+4)^2 \leq 4(a-2)^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Восемь критиков оценивали спектакль. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Все критики выставили различные оценки. Старый рейтинг спектакля — это среднее арифметическое всех оценок критиков. Новый рейтинг спектакля вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое шести оставшихся оценок.

- а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{20}$?
 б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{24}$?
 в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.