

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2025 года

Вариант МА2510209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

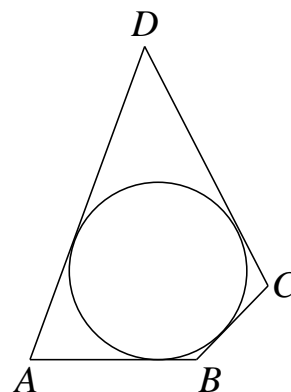
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1

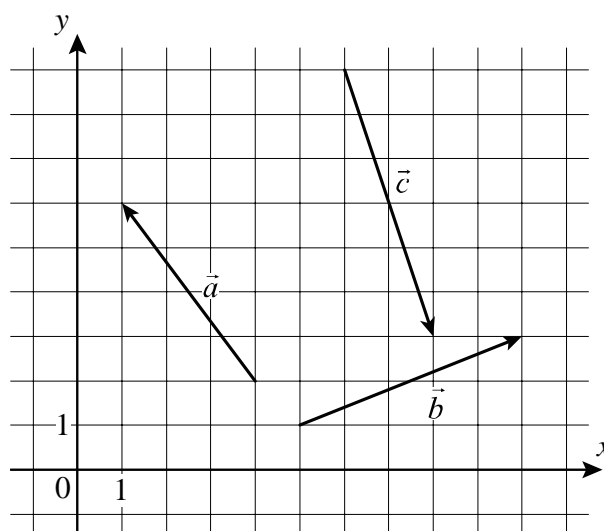
В четырёхугольник  $ABCD$ , периметр которого равен 76, вписана окружность,  $AB = 14$ . Найдите длину стороны  $CD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

2

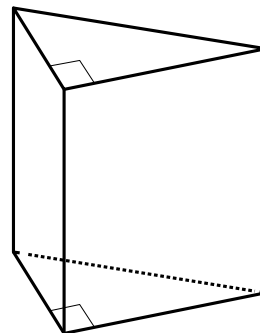
На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4. Площадь её поверхности равна 72. Найдите боковое ребро призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Химик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Химик» проиграет жребий ровно один раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Найдите корень уравнения  $\log_5(17 - x) = \log_5 3$ .

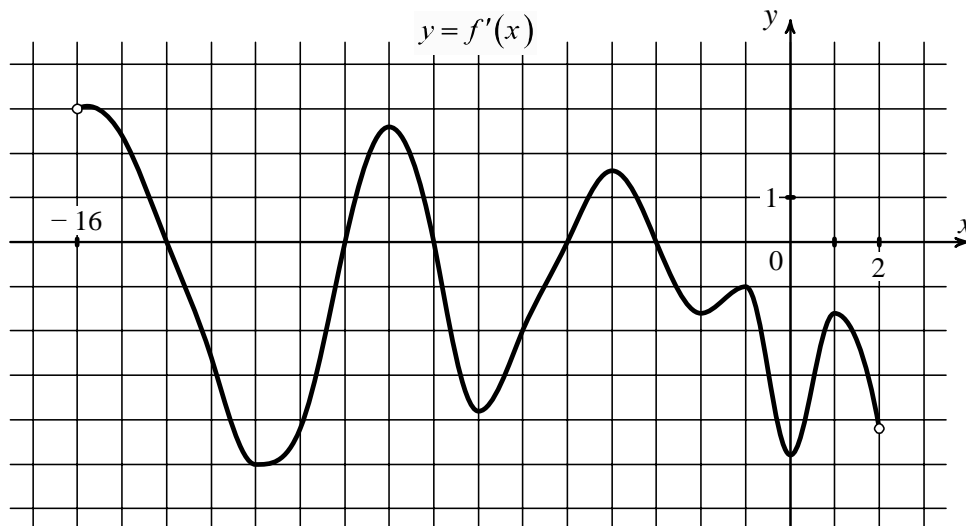
Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Найдите значение выражения  $(2b)^3 : b^6 \cdot b^3$  при  $b = 16$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-16; 2)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-15; 0]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

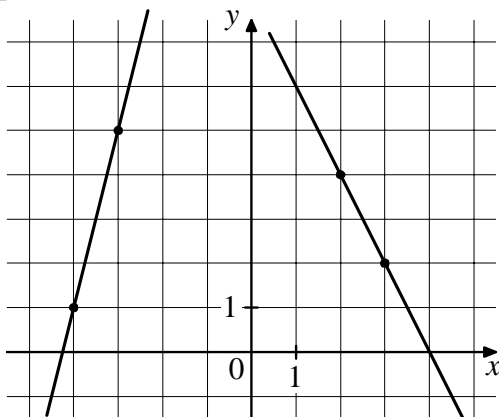
- 9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 километр, приобрести скорость 70 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Катер в 11:00 вышел из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, катер отправился назад и вернулся обратно в пункт А в 15:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 4)^2(x + 10) + 9$  на отрезке  $[-8; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) - \sin(\pi + x) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-7\pi; -4\pi]$ .

**14**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  отметили точки  $M$  и  $K$  на рёбрах  $AA_1$  и  $A_1B_1$  соответственно. Известно, что  $A_1M = 4MA$ ,  $A_1K = KB_1$ . Через точки  $M$  и  $K$  провели плоскость  $\alpha$  перпендикулярно грани  $ABB_1A_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через вершину  $C_1$ .

б) Найдите площадь сечения призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $\alpha$ , если все рёбра призмы равны 50.

**15**

Решите неравенство

$$\log_3\left(7^{\log_7(7-x)} + 20^{\log_{20}(x+20)}\right) + 1 \geq \log_2(x^2 - 6x).$$

**16**

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 25,2 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.
- Чему будет равна общая сумма платежей в 2029 году?

**17** В треугольнике  $ABC$  все стороны различны. Прямая, содержащая высоту  $BH$  треугольника  $ABC$ , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке  $K$ . Отрезок  $BK$  — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямые  $AC$  и  $KN$  параллельны.

б) Найдите расстояние от точки  $N$  до прямой  $AC$ , если радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен  $10\sqrt{6}$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 105^\circ$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a\left(x + \frac{4}{x}\right)^2 + 3\left(x + \frac{4}{x}\right) - 36a + 18 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19** На доске написано  $n$  единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136:  $1+1+111+11+11+1=136$ .

а) Можно ли получить сумму 130, если  $n = 40$ ?

б) Можно ли получить сумму 130, если  $n = 80$ ?

в) Для скольких значений  $n$  можно получить сумму 130?

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2025 года

Вариант МА2510210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

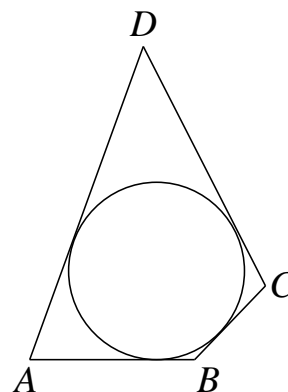
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



## Часть 1

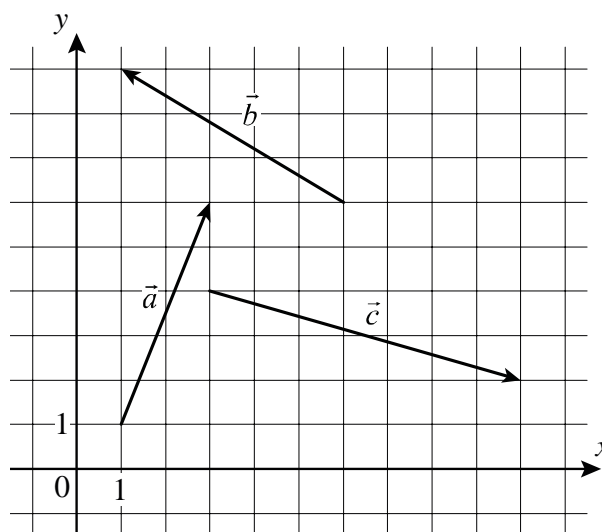
*Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** В четырёхугольник  $ABCD$ , периметр которого равен 44, вписана окружность,  $AB = 5$ . Найдите длину стороны  $CD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

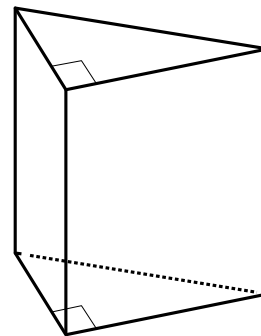
- 2** На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 10 и 24. Площадь её поверхности равна 1380. Найдите боковое ребро призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 4 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Геолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Геолог» проиграет жребий ровно два раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Найдите корень уравнения  $\log_4(17 - x) = \log_4 13$ .

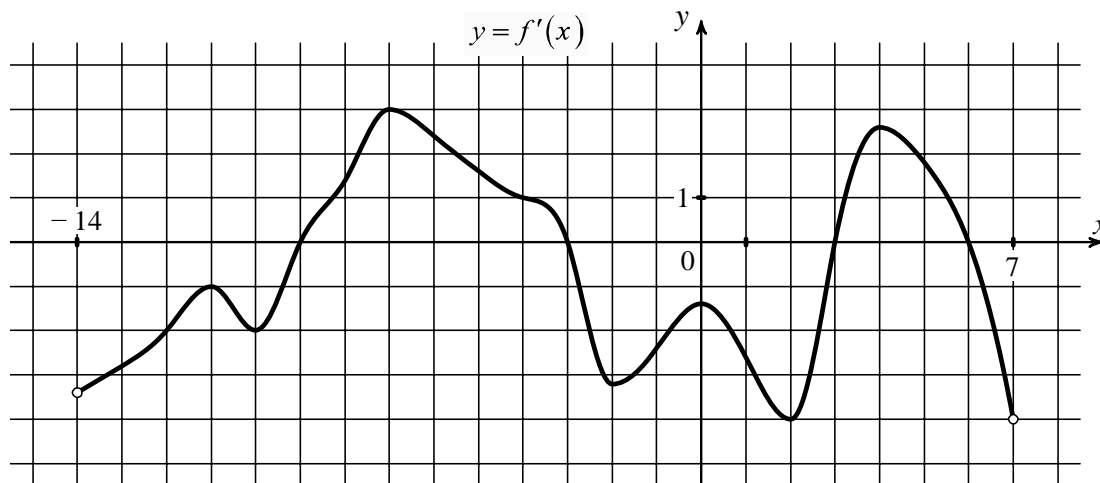
Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Найдите значение выражения  $(9b)^2 : b^7 \cdot b^4$  при  $b = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-14; 7)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-12; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

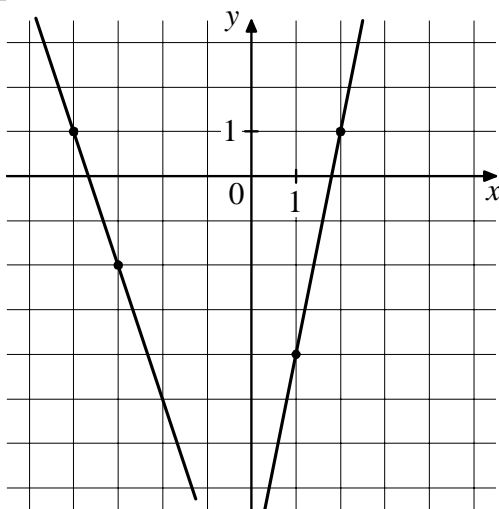
- 9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 километра, приобрести скорость 130 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Баржа в 1:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа, баржа отправилась назад и вернулась обратно в пункт А в 23:00 того же дня. Определите собственную скорость баржи (в км/ч), если известно, что скорость течения реки равна 2 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 4)^2(x + 8) + 2$  на отрезке  $[-5; 8]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + \sin(\pi - x) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-9\pi; -6\pi]$ .

**14**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  отметили точки  $M$  и  $K$  на рёбрах  $AA_1$  и  $A_1B_1$  соответственно. Известно, что  $A_1M = 4MA$ ,  $A_1K = KB_1$ . Через точки  $M$  и  $K$  провели плоскость  $\alpha$  перпендикулярно грани  $ABB_1A_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через вершину  $C_1$ .

б) Найдите площадь сечения призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $\alpha$ , если все рёбра призмы равны 30.

**15**

Решите неравенство

$$\log_5\left(8^{\log_8(8-x)} + 17^{\log_{17}(x+17)}\right) + 1 \geq \log_3(x^2 - 6x).$$

**16**

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 23,4 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.
- Чему будет равна общая сумма платежей в 2029 году?

**17** В треугольнике  $ABC$  все стороны различны. Прямая, содержащая высоту  $BH$  треугольника  $ABC$ , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке  $K$ . Отрезок  $BK$  — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямые  $AC$  и  $BK$  параллельны.

б) Найдите расстояние от точки  $K$  до прямой  $AC$ , если радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен  $20\sqrt{6}$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 105^\circ$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a\left(x + \frac{4}{x}\right)^2 + 4\left(x + \frac{4}{x}\right) - 64a + 32 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**19** На доске написано  $n$  единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136:  $1+1+111+11+11+1=136$ .

а) Можно ли получить сумму 131, если  $n = 50$ ?

б) Можно ли получить сумму 131, если  $n = 70$ ?

в) Для скольких значений  $n$  можно получить сумму 131?

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2025 года

Вариант МА2510211

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

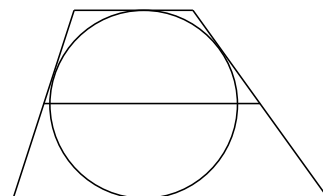
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

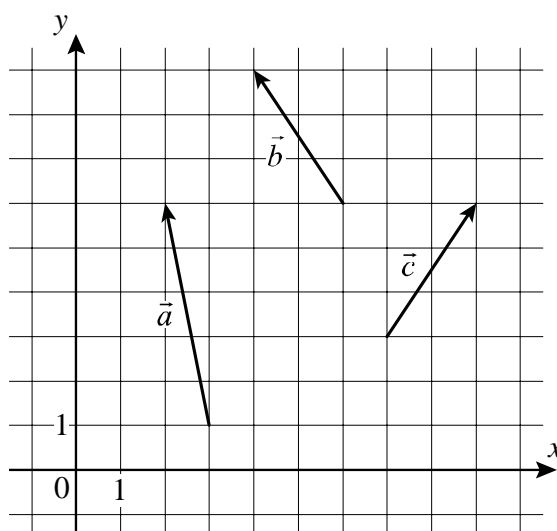
**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 48. Найдите длину её средней линии.



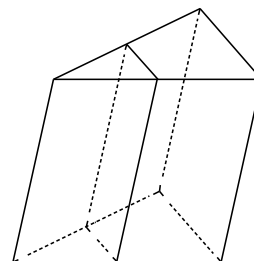
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 50. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 Какова вероятность того, что номера двух случайно выбранных паспортов оканчиваются одной и той же цифрой?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стратор» по очереди играет с командами «Ротор», «Протор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стратор» будет начинать только вторую и последнюю игры.

Ответ: \_\_\_\_\_.

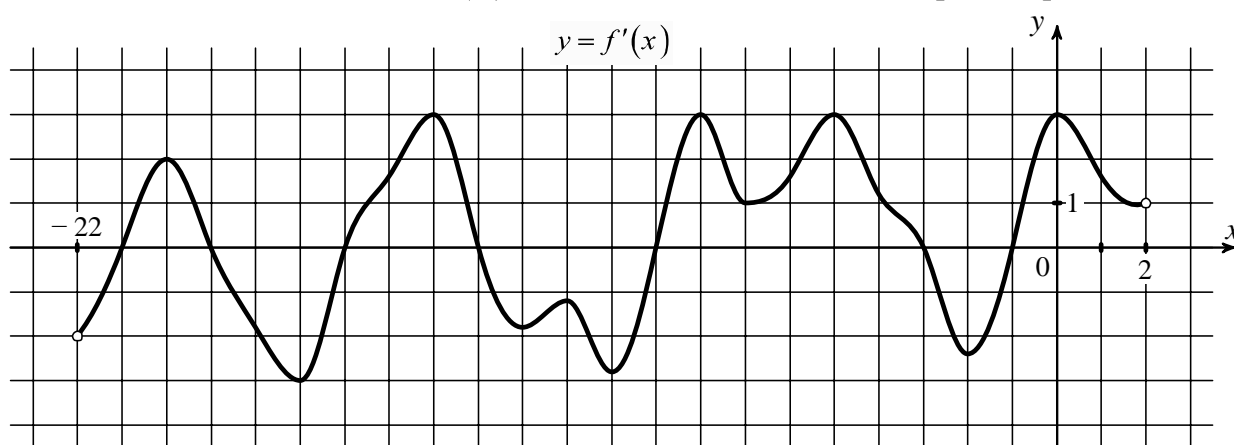
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_3(x+4) = \log_3(2x-12)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $3x \cdot (6x^{10})^3 : (6x^6)^5$  при  $x = 60$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-22; 2)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-17; 0]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 5$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{800}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

Ответ: \_\_\_\_\_.

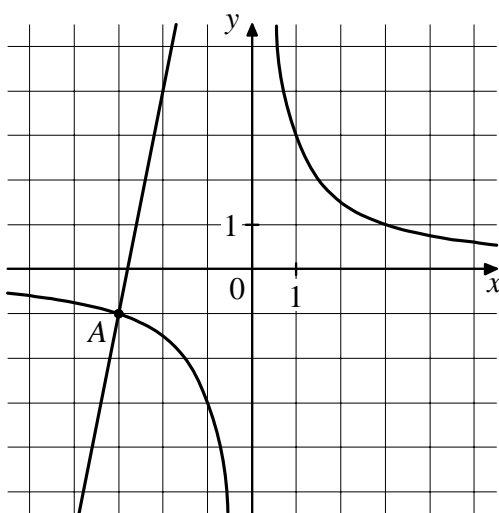
10

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 16 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 42 часа после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3x^5 - 5x^3 + 15$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) - \sin(x - \pi) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-8\pi; -5\pi]$ .

- 14** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  отметили точки  $M$  и  $K$  на рёбрах  $AA_1$  и  $A_1B_1$  соответственно. Известно, что  $2A_1M = 3MA$ ,  $A_1K = KB_1$ . Через точки  $M$  и  $K$  провели плоскость  $\alpha$  перпендикулярно грани  $ABB_1A_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через вершину  $C_1$ .

б) Найдите площадь сечения призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $\alpha$ , если все рёбра призмы равны 20.

- 15** Решите неравенство

$$\log_2\left(6^{\log_6(6-x)} + 26^{\log_{26}(x+26)}\right) - 3 \geq \log_6(x^2 - 5x).$$

- 16** 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 21,6 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 6 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.
- Чему будет равна общая сумма платежей в 2029 году?

- 17** В треугольнике  $ABC$  все стороны различны. Прямая, содержащая высоту  $BH$  треугольника  $ABC$ , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке  $K$ . Отрезок  $BK$  — диаметр этой окружности.
- а) Докажите, что прямые  $AC$  и  $KN$  параллельны.
- б) Найдите расстояние от точки  $N$  до прямой  $AC$ , если радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен  $6\sqrt{6}$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 105^\circ$ .

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a\left(x + \frac{9}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{9}{x}\right) - 64a + 16 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

- 19** На доске написано  $n$  единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136:  $1+1+111+11+11+1=136$ .
- а) Можно ли получить сумму 133, если  $n = 70$ ?
- б) Можно ли получить сумму 133, если  $n = 90$ ?
- в) Для скольких значений  $n$  можно получить сумму 133?

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2025 года

Вариант МА2510212

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

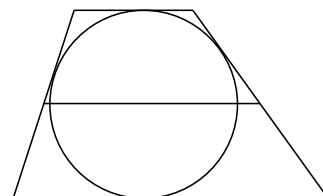
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

1

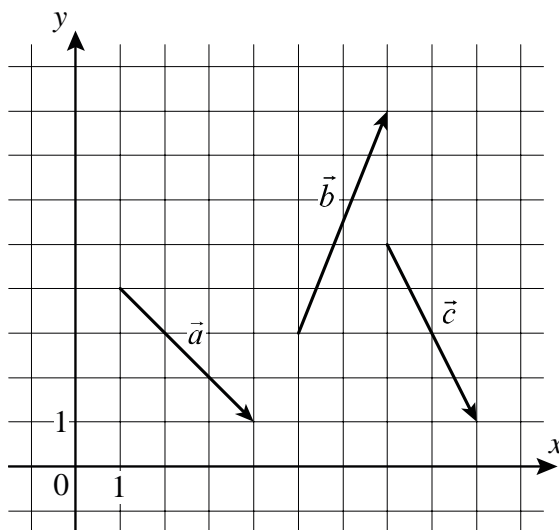
Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 96. Найдите длину её средней линии.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2

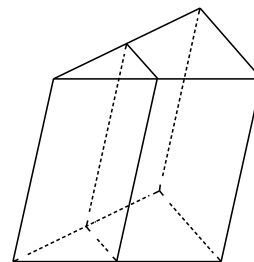
На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 92. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Рассмотрим два случайных паспорта. Какова вероятность того, что последняя цифра в номере первого паспорта отличается от последней цифры в номере второго паспорта?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Протор» по очереди играет с командами «Стартер», «Ротор» и «Монтёр». Найдите вероятность того, что «Протор» не будет начинать ни одной игры.

Ответ: \_\_\_\_\_.

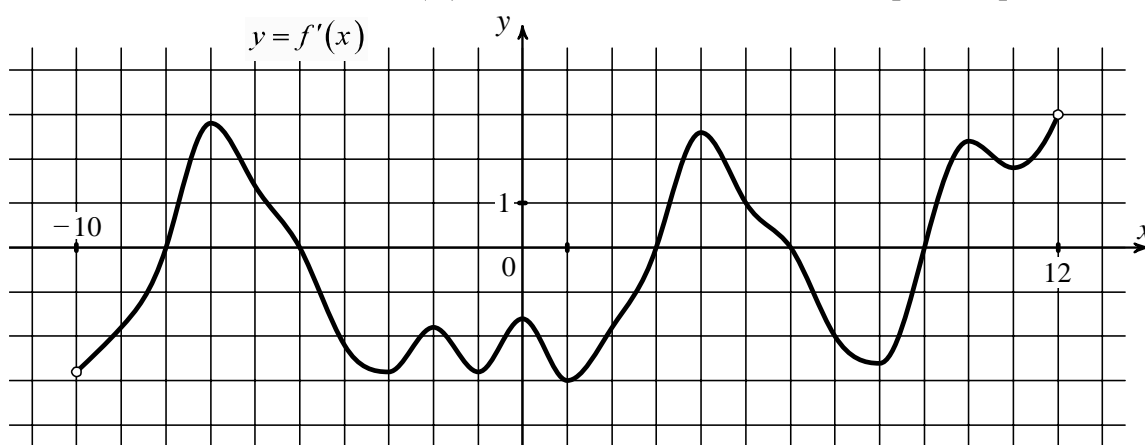
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_8(x+5) = \log_8(2x-2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $5x \cdot (8x^5)^2 : (8x^{10})$  при  $x = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 12)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-4; 10]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 5$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{900}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

Ответ: \_\_\_\_\_.

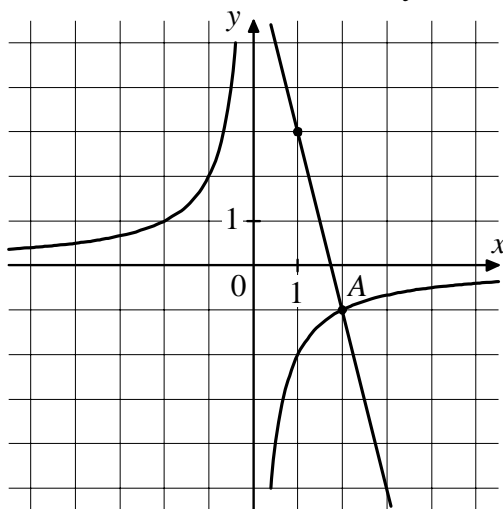
10

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 58 часов после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3x^5 - 20x^3 - 19$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) - \sin(3\pi + x) = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-10\pi; -7\pi]$ .

- 14** В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  отметили точки  $M$  и  $K$  на рёбрах  $AA_1$  и  $A_1B_1$  соответственно. Известно, что  $2A_1M = 3MA$ ,  $A_1K = KB_1$ . Через точки  $M$  и  $K$  провели плоскость  $\alpha$  перпендикулярно грани  $ABB_1A_1$ .  
а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через вершину  $C_1$ .  
б) Найдите площадь сечения призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $\alpha$ , если все рёбра призмы равны 40.

- 15** Решите неравенство

$$\log_6\left(5^{\log_5(5-x)} + 31^{\log_{31}(x+31)}\right) + 3 \geq \log_2(x^2 - 4x).$$

- 16** 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 19,8 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 7 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.
- Чему будет равна общая сумма платежей в 2029 году?

- 17** В треугольнике  $ABC$  все стороны различны. Прямая, содержащая высоту  $BH$  треугольника  $ABC$ , вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке  $K$ . Отрезок  $BK$  — диаметр этой окружности.
- а) Докажите, что прямые  $AC$  и  $KN$  параллельны.
- б) Найдите расстояние от точки  $N$  до прямой  $AC$ , если радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен  $8\sqrt{6}$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 105^\circ$ .

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a\left(x + \frac{9}{x}\right)^2 + 3\left(x + \frac{9}{x}\right) - 49a + 21 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

- 19** На доске написано  $n$  единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136:  $1+1+111+11+11+1=136$ .
- а) Можно ли получить сумму 134, если  $n = 80$ ?
- б) Можно ли получить сумму 134, если  $n = 90$ ?
- в) Для скольких значений  $n$  можно получить сумму 134?